

Série 2

Exercice 1

Un vase cylindrique, dont le fond plan et horizontal a une surface de 50cm^2 , contient un litre d'eau de masse volumique $\rho = 1000\text{kg/m}^3$.

1. Calculer la différence de pression entre un point du fond et un point de la surface libre.
2. Calculer la pression en un point du fond sachant que la pression atmosphérique au niveau de la surface libre vaut 1 atm.

Exercice 2

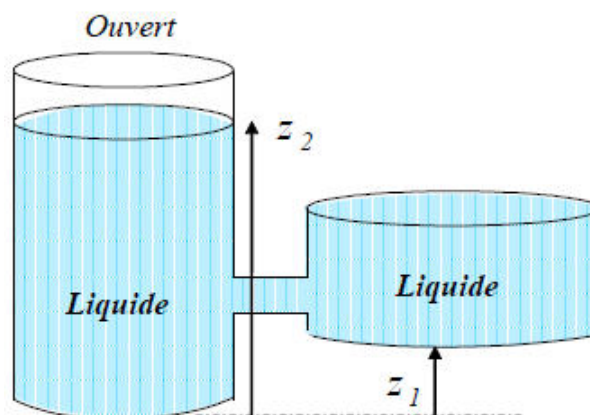
Un tube en U contient du mercure sur une hauteur de quelques centimètres. On verse dans l'une des branches un mélange d'eau-alcool éthylique qui forme une colonne de liquide de hauteur $h_1 = 30\text{cm}$. Dans l'autre branche, on verse de l'eau pure de masse volumique 1000kg/m^3 , jusqu'à ce que les deux surfaces du mercure reviennent dans un même plan horizontal.

On mesure alors la hauteur de la colonne d'eau $h_2 = 24\text{cm}$.

1. Appliquer la loi fondamentale de l'hydrostatique pour les trois fluides.
2. En déduire la masse volumique du mélange eau-alcool éthylique.

Exercice 3

Trouver la pression P au fond du petit réservoir, sachant que la surface libre du liquide dans le grand réservoir est en contact avec l'air.



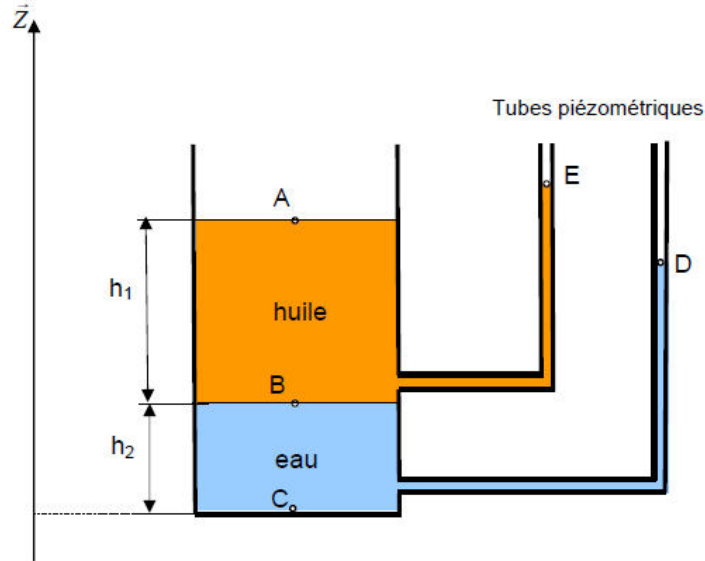
On donne :

$$P_{atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}, \quad z_2 = 2 \text{ m}, \quad z_1 = 50 \text{ cm}, \quad d_{liquide} = 7, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2 \text{ et } \rho_{eau} = 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

Exercice 4

La figure ci-dessous représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles :

- De l'huile de masse volumique $\rho = 850 \text{ kg/m}^3$ sur une hauteur $h_1 = 6 \text{ m}$.
- De l'eau de masse volumique $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ sur une hauteur $h_2 = 5 \text{ m}$.



On désigne par:

- A un point de la surface libre de l'huile,
- B un point sur l'interface entre les deux liquides,
- C un point appartenant au fond du réservoir,
- D et E les points représentant les niveaux dans les tubes piézométriques,
- (O, \vec{z}) est un axe vertical tel que $Z_C = 0$.

Appliquer la relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH) entre les points:

- 1) B et A. En déduire la pression P_B (en bar) au point B.
- 2) A et E. En déduire le niveau de l'huile Z_E dans le tube piézométrique.
- 3) C et B. En déduire la pression P_C (en bar) au point C.
- 4) C et D. En déduire le niveau de l'eau Z_D dans le tube piézométrique.

Correction

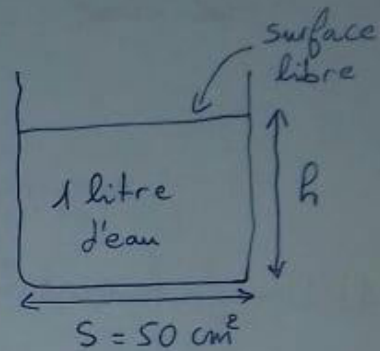
Statique des fluides
Série 2

①

Exercice 1

1) Différence de pression
entre un point du fond et
un point de la surface libre :

$$\Delta P = \rho g h$$



$$\text{Or, } V_{\text{eau}} = S \times h = 1 \text{ litre} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow h = \frac{V_{\text{eau}}}{S} = \frac{10^{-3}}{50 \times 10^{-4}} = 0,2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta P = 1000 \times 9,81 \times 0,2 = 1962 \text{ Pa}$$

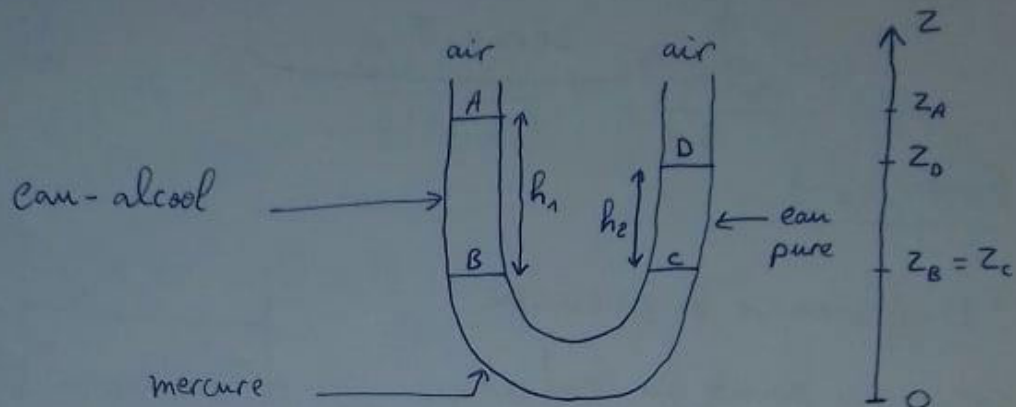
2) La pression au fond :

$$\Delta P = P_{\text{fond}} - P_{\text{atm}} \quad (\text{la pression au fond est supérieure})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P_{\text{fond}} &= \Delta P + P_{\text{atm}} = 1962 + 1,01 \times 10^5 \\ &= 1,02962 \times 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Exercice 2:

(2)



1) Loi fondamentale de l'hydrostatique:

* Entre A et B (eau-alcool):

$$\textcircled{1} P_B - P_A = -\rho_{ae} g (z_B - z_A) \Rightarrow P_B - P_{atm} = -\rho_{ae} g (z_B - z_A)$$

* Entre B et C (mercure):

$$\textcircled{2} P_C - P_B = -\rho_m g (z_C - z_B) \Rightarrow P_C = P_B$$

* Entre C et D (eau pure):

$$\textcircled{3} P_C - P_D = -\rho_e g (z_C - z_D) \Rightarrow P_C - P_{atm} = -\rho_e g (z_C - z_D)$$

2) Masse volumique du mélange eau-alcool:

(3)

$$\text{De } \textcircled{1}, \text{ on a: } \rho_{AE} = \frac{P_B - P_{atm}}{-g(z_B - z_A)} = \frac{P_B - P_{atm}}{g h_1}$$

$$\text{De } \textcircled{2}, \text{ on a: } P_B = P_C$$

$$\begin{aligned} \text{De } \textcircled{3}, \text{ on a } P_C &= P_{atm} - \rho_e g (z_C - z_D) \\ &= P_{atm} + \rho_e g h_2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P_B = P_{atm} + \rho_e g h_2$$

$$\Rightarrow \rho_{AE} = \frac{\rho_e g h_2}{g h_1} = \rho_e \frac{h_2}{h_1}$$

$$\text{A.N } \rho_{AE} = 1000 \times \frac{24}{30} \Rightarrow \rho_{AE} = 800 \text{ Kg/m}^3$$

Exercice 3:

On applique la loi fondamentale de l'hydrostatique entre la surface libre du liquide et le fond du petit réservoir:

$$P - P_{atm} = -\rho_{\text{liquide}} (z_1 - z_2) \Rightarrow P = P_{atm} + \rho_{\text{liquide}} \times \rho_{\text{eau}} \times g \times (z_2 - z_1)$$

$$\text{A.N } P = 2,04 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Exercice 4:

(4)

1) RFH entre B et A:

$$P_B - P_A = -\rho_R g (z_B - z_A) = \rho_R g h_1$$

$$\Rightarrow P_B = P_A + \rho_R g h_1 = P_{atm} + \rho_R g h_1$$

A.N
$$P_B = 1,01 \times 10^5 + 850 \times 9,81 \times 6$$
$$= 1,51031 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$= 1,51031 \text{ bar}$$

2) RFH entre A et E:

$$P_E - P_A = -\rho_R g (z_E - z_A)$$

Or, $P_E = P_A = P_{atm}$ (surface libre)

$$\Rightarrow z_E = z_A = h_1 + h_2$$

A.N $\Rightarrow z_E = 11 \text{ m}$

3) RFH entre C et B:

$$P_C - P_B = -\rho_e g (z_C - z_B) = \rho_e g (z_B - z_C)$$
$$= \rho_e g h_2$$

$$\Rightarrow P_c = P_b + \rho_e g h_e \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} \Rightarrow P_c &= 1,51031 \times 10^5 + 1000 \times 9,81 \times 5 \\ &= 200\,081 \text{ Pa} \\ &= 2,00081 \text{ bar} \end{aligned}$$

4) RFH entre C et D:

$$\begin{aligned} P_c - P_D &= -\rho_e g (z_c - z_D) \\ &= \rho_e g (z_D - z_c) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (z_D - z_c) = \frac{P_c - P_D}{\rho_e g}$$

$$z_c = 0 \Rightarrow z_D = \frac{P_c - P_D}{\rho_e g} = \frac{P_c - P_{atm}}{\rho_e g}$$

$$\text{A.N.} \Rightarrow z_D = 10,1 \text{ m}$$